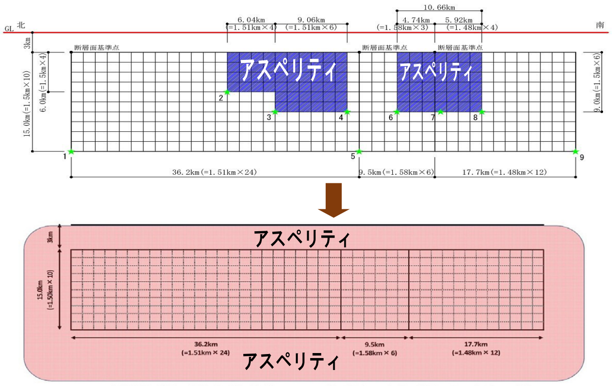
壇ほか式(M_0－A)の適用についての見解

アスペリティ面積が断層面積を超えるというレシピの矛盾は究明されず
矛盾の根源は壇ほか式を第2ステージでも適用していることにある

2024. 11. 9.　美浜の会

地震調査研究推進本部の強振動予測レシピ(以下、レシピ)では、アスペリティ面積比（断層面積 S に対するアスペリティ面積 Sa の比率）γ＝Sa/S が限りなく増加して、部分が全体を超えるような矛盾が起こり得る。実際、原子力規制庁は 2016 年 7 月に、島崎氏批判の材料として、入倉・三宅式に代えて安全側の武村式を用いるとアスペリティ面積が断層面積を超えると指摘した（右図）。レシピではまず、なぜそのような奇妙な矛盾が起こるのかを究明するべきであるのに、それは放置されている。その矛盾の解決策として、いきなり γ=0.22 にせよとの処方箋を適用することですまされている。同時に、この処方箋方式は地震動の過小評価をもたらしている。

（規制庁資料）武村式で置き換えると
アスペリティ面積が断層面積より大きくなる



武村式に置き換えたアスペリティ（赤色）のイメージ
（2016年7月27日規制庁 資料1より）

※アスペリティとは、断層面の中で強く固着してすべりを妨げ、最終的に大きくすべる部分

実はその矛盾が起こる原因は、壇ほか式（壇ほか(2001)、レシピの(12)式）を誤って適用していることにあることを以下で明らかにしたい。

壇ほか式は地震モーメント(地震規模)M_0 から短周期レベル A（震源の短周期での加速度レベル）を求めるために用いられている関係式で、$A \propto M_0^{1/3}$（$\propto$は比例）スケーリングに従っている。現状ではレシピでも、壇ほか式が M_0 のステージ(注)に依らずに成り立つとされている。その結果、第２ステージでアスペリティ面積比が単調に増大する。そのためレシピでは、アスペリティ面積比 γ=Sa/S がある程度以上になれば γ=0.22 にせよ（同時に応力降下量 $\Delta\sigma$=3.1MPa に、アスペリティ応力降下量 $\Delta\sigma$a＝3.1/0.22＝14.1MPa にせよ）という処方箋が適用されている。

それに対して本稿では、壇ほか式は第１ステージで成り立つ式であり、第２、第３ステージでは別のスケーリング則に従う式が成り立つことを示す。その場合、上記のような奇妙な矛盾は生じないことが明らかになり、その結果、レシピの処方箋は不要となる。

（注）ステージについて

ステージは各 M_0-S 関係式が成立する M_0 の領域(定義域)を指す言葉である（式は後の[2],[3],[4]式参照)。レシピによれば、第１ステージは $M_0<7.5\times10^{18}$(Nm)、第２ステージは $7.5\times10^{18}\leqq M_0\leqq1.8\times10^{20}$、第３ステージは $1.8\times10^{20}<M_0$ である。その実体的根拠としては、第１ステージは、断層長さに応じて縦向きの断層幅が増加する場合。第２ステージは、断層幅が地震発生層の幅に達して飽和し断層ごとに一定値をとる場合、第３ステージは、第２ステージの場合に加えて更に平均すべり量が飽和する場合とされている。

［目次］

１．壇ほか式とその成り立つ範囲

壇ほか式は、12 個の地震データから導かれている。そのデータセットにおける M_0 の範囲は $3.50\times10^{17} \leqq M_0 \leqq 7.50\times10^{19}$Nm であるが、レシピではそのような適用範囲は意識されていない。

壇ほかの式では、$A \propto M_0^{1/3}$（1/3 乗則）というスケーリングを仮定して、係数を最小二乗法で決めており、その結果、次式が得られている（単位は A(Nm/s²)、M_0(Nm)である)。

$$A=C_D M_0^{1/3} \quad (C_D=5.30\times10^{12}) \qquad [1]$$

すなわち、壇ほか式は 1/3 乗則という仮定が有効な M_0 の範囲で成り立つ式だということになる。

その 1/3 乗則について、壇ほかの論文（2001）では 53 頁の左欄において、次のように述べている。

> 壇ほか論文（2001）、ｐ.53 左欄（下線は引用者）
>
> Frankel(1995)[20]の研究によると。内陸地震である 1989 年米国 Loma Prieta 地震の本震と複数の余震の加速度フーリエスペクトルの短周期帯域の値は、地震モーメントの立方根 $M_0^{1/3}$ でスケーリングできることかわかっている。これは、ω^{-2} の震源スペクトル（Aki,1967[15] ;Blune,1970[16]など）で、臨界円振動数 ω_c が $M_0^{-1/3}$ に比例するとした場合に対応し、これまでに行われたマグニチュード 4～7 クラスの地震の記録の解析結果（釜江・他,1990[21] :佐藤・他、1994[22]; 加藤・他,1998[21]など)とも整合している。そこで、ここでは、図 1(a)に〇で示した内陸地震の短周期レベルを $M_0^{1/3}$ でスケーリングすること（と）し、最小自乗法で定数を決めた。その結果、下のような関係式が得られた。

すなわち､｢短周期レベルを $M_0^{1/3}$ でスケーリングすること(と)し､最小自乗法で定数を決めた｣とのこと。

その仮定に関する根拠の説明では、$M_0^{1/3}$ スケーリング則は「臨界円振動数 ω_c が $M_0^{-1/3}$ に比例するとした場合に対応し」と書かれている（ω_c は通常のコーナー周波数 fc とは $\omega_c=2\pi fc$ の関係にある)。いわゆる「Brune の式」によれば

$$\omega_c=\text{定数}\times\Delta\sigma^{1/3}/M_0^{1/3} \quad (\Delta\sigma \text{は応力降下量})$$

であり、これより臨界円振動数 ω_c が $M_0^{-1/3}$（$=1/M_0^{1/3}$）に比例する場合は、$\Delta\sigma$ が一定値をとることがわかる。そうすると、次のレシピ（22-2）式

$$\Delta\sigma=\text{定数}\times M_0/S^{3/2} \qquad (\text{定数}=(7/16)\pi^{3/2}=2.436)$$

より、$\Delta\sigma$ 一定なら M_0 は $S^{3/2}$ に比例することになる。これはまさに Somerville ほかの関係にほかならない(次節参照)。この論拠を逆にたどれば､壇ほかの式は Somerville ほかの式から導かれることになる。

いまでは、Somerville ほかの式は第 1 ステージで成り立つ式であるとされ、第 2 ステージでは入倉・三宅式（入倉・三宅(2001)）または武村式（武村(1998)）などが成り立つとされているのだから、壇ほか式は第 1 ステージで成り立つ式であり、第 2 ステージでは別の式が成り立つことを認めるべきである。

この点、大阪地裁における大飯原発行政訴訟（一審）において、被告国は次のように、上記のような

原告らの主張が基本的に正しいと認めた（下記引用文の下線部分)。

大阪地裁（一審）における国第２１準備書面　第２.３.(2)ア（イ）ｐ.42（下線は引用者） 確かに，短周期レベルを地震モーメントの１／３乗でスケーリングすることは，純理論的な物理モデルとしては「Somerville ほか式」が妥当する地震規模の領域に整合するものである。しかしながら，「壇ほか式」に限らず，経験式は，一定の観測記録のデータセットを分析した上で，そこから導き出された法則性を数式にしたものであるから，基本的に，当該経験式を導く前提となった観測記録のデータセットの範囲内であれば適用することができる.

このように引用文の前半では上記の内容を認めながら、後半では壇ほかの式は観測記録のデータセットの範囲内（前記の $3.50\times10^{17} \leqq M_0 \leqq 7.50\times10^{19}$Nm）であれば適用可能だと強弁している。しかし、そのデータセットから経験式を導く際に前提とした 1/3 乗則には成立範囲の制限があると認めたのだから、壇ほかの式はその前提が成り立つ範囲内でしか成り立たないことになる。それゆえ、国も壇ほかの式には第１ステージという成立範囲があることを事実上認めたことになる。

しかし結局のところ国は、第二ステージの途中まで($M_0 \leqq 7.50\times10^{19}$Nm)は適用できると認め、さらに実際には M_0 の範囲の制限なしで適用可能にしてしまっている。

２．各ステージによる法則性の違いの普遍性

（１）M_0 - S 関係のステージによる違い

ここではまず M_0 - S 関係の法則（スケーリング則）が M_0 で区分けされるステージ（前記の注参照）によって異なることを再確認することから始めよう。すなわち、以下の式で表されている。

・第１ステージ（$M_0 < 7.5\times10^{18}$Nm）では Somerville ほかの式

$M_0 = k_S S^{3/2}$　($k_S = 9.496\times10^{14}$)　[2]

・第２ステージ（$7.5\times10^{18} \leqq M_0 \leqq 1.8\times10^{20}$）では入倉・三宅式

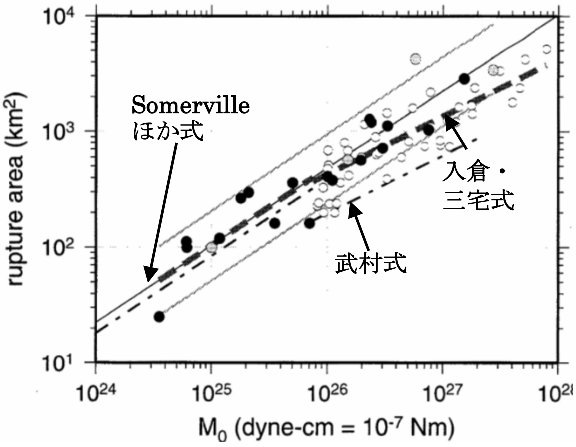
$M_0 = kS^2$　($k = 5.562\times10^{13}$)　[3]

・第３ステージ（$M_0 > 1.8\times10^{20}$）では Murotani 式

$M_0 = k_M S$　($k_M = 1.00\times10^{17}$)　[4]

（注：Murotani 式は $M_0 = 1.8\times10^{20}$ で入倉・三宅式と S 値が連続になるように係数が決められている)。

第１と第２ステージの関係は下の左図参照。第 2 ステージでは太い破線が入倉・三宅式であり、その下部にある１点破線が武村式である。第３ステージも含めた全体の様子は下の右図で示されている。



（入倉・三宅（2001）図７に加筆）

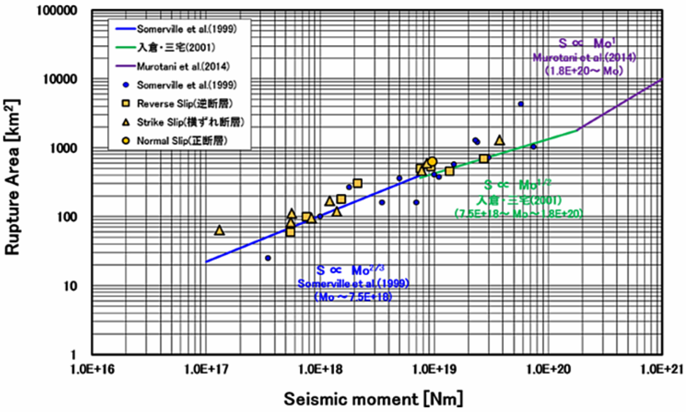


図２(a)　断層破壊面積(S)と地震モーメント(Mo)の関係

（入倉・宮腰・釜江（2014）より）

（２）ステージによる法則性の差異の根拠と平均すべり量における差異

(a) ステージによる法則性の差異の根拠

第１ステージでは、断層幅 W は長さ L が大きくなるにつれて増えて行くが、第２ステージでは断層幅は飽和してある値（断層ごとに異なる値）以上には大きくならない。それは地下約３～２０ｋｍ付近に地震発生層が存在しているためと考えられているためである。また、第３ステージでは、断層幅に加えて平均すべり量も飽和するものとされている。

このような実体的な根拠がある以上、法則性（スケーリング則）のステージによる差異は他の諸関係においても普遍的に成り立つものと考えるのが科学的観点というものであろう。

(b) 平均すべり量のステージによる差異

入倉ほかは熊本地震を踏まえた 2016 年秋季学会で以下に引用したような発表をしている。

> 入倉・宮腰・吉田・釜江、2016 年秋日本地震学会予稿集（下線は引用者）
>
> 2016 年熊本地震に対して得られる平均すべり量は 1.24－1.87m である。<u>これまでの平均すべり量の経験式は $Mo^{1/3}$ に比例していたが、地震モーメントが 7.5E+18[Nm](Mw6.5)より大きい(引用者注：つまり第２ステージの)地震の平均すべり量は、入倉・三宅(2001)、宮腰・他(2015)のデータ、および 2016 年熊本地震(Mj7.3)を含めて $Mo^{1/2}$ に比例して大きくなる傾向を示している。</u>

ここで記述されているステージによる法則性の違いはデータに照らして得られたようであるが、理論的には次のようにして簡単に導かれる。定義式 $M_0=\mu DS$（μ 剛性率、D 平均すべり量）より

$$\mu D=M_0／S \qquad [5]$$

この関係式[5]に上記の S－M_0 関係(2),(3),(4)式より S を求めてそれぞれ代入すると、各ステージに応じた次式が得られる。

$$\mu D= k_S^{2/3}\ M_0^{1/3} \qquad [6]$$

$$\mu D= k^{1/2}M_0^{1/2} \qquad [7]$$

$$\mu D= k_M \qquad [8]$$

まさに[6]と[7]は上記の学会発表の内容どおりであり、[8]は第３ステージで平均すべり量が飽和する（一定値をとる）という Murotani 式の根拠に合致している。

（３）各ステージにおける短周期レベルＡと地震モーメント$Ｍ_０$の関係

現在はレシピにおいても、電気事業者の設定した震源断層パラメータ表においても、短周期レベルを求める際には、壇ほかの式がステージを区別することなく適用されている。その壇ほか式は[1]で与えられたが、次のようになっている（M_0 の単位は Nm、A の単位は Nm/s^2）。

$$A=5.30\times10^{12}M_0^{1/3} \qquad [9]$$

前記のように、壇ほか式は Somerville ほかの式から壇ほか自身が示した内容に沿った手続きによって導くことができるが、ここでは別のレシピ(13)式を用いる方法によって導くことにする（注１）。

断層面積 S 及びアスペリティの総面積 Sa をそれぞれ次のように円の等価半径 R と r で表す。

$$S=\pi R^2,\qquad Sa=\pi r^2$$

このうち r はレシピの(13)式

$$r=(7/4)\pi\beta^2M_0/(AR) \quad （\beta はＳ波速度）$$

によって表されるので、これより A を求め、R と r をそれぞれ S と Sa で表し、アスペリティ面積比を

$$\gamma = Sa/S$$

と書くと次式が得られる。

$$A=H(M_0/S)\ ;\quad H=(7/4)(\pi\beta)^2/\gamma^{1/2} \qquad [10]$$

γが一定のとき H は定数である。ここで $M_0=\mu DS$ より $M_0/S=\mu D$ だから、

$$A=H\mu D\ ;\quad H=(7/4)(\pi\beta)^2/\gamma^{1/2} \qquad [11]$$

となる。アスペリティ面積比γが一定なら(注２)、A は平均すべり量 D に比例する関係になっている。

この式[11]のμD に各ステージで成り立つ関係式[6],[7],[8]をそれぞれ代入すると次式が得られる。

$$A=Hk_S^{2/3}M_0^{1/3} \qquad k_S=9.496\times10^{14}\ \text{(Somerville et al)} \qquad [12]$$

$$A=Hk^{1/2}M_0^{1/2} \qquad k=5.562\times10^{13}\ \text{(入倉・三宅)} \qquad [13]$$

$$A=Hk_M \qquad k_M=1.00\times10^{17}\ \text{(Murotani)} \qquad [14]$$

このようにして、ステージによって異なる A- M_0 関係式が導かれた（注３）。大飯原発の場合、S 波速度 β=3.6km/s であり、アスペリティ面積比はγ＝0.22 としている。この場合、H=477.23 となる。

まず、第１ステージで Somerville ほか式から導かれた[12]式が壇ほかの式と一致する場合を確認しておく。それは[12]式の係数 $Hk_S^{2/3}$ が壇ほかの式[1]式の係数 C_D と等しくなる場合である。すなわち、$Hk_S^{2/3}=C_D$、（ $H=(7/4)(\pi\beta)^2/\gamma^{1/2}$ ）。これよりγを求めると、

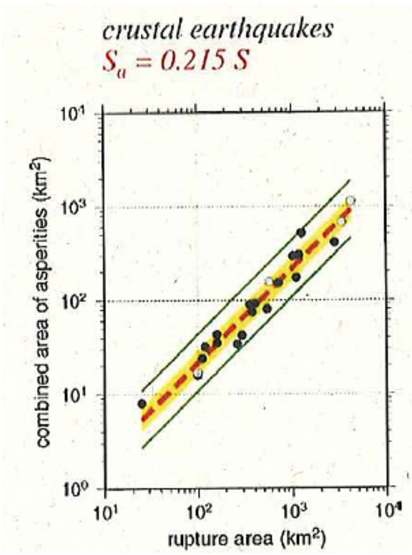
$$\gamma=[(7/4)^2\pi^4 k_S^{4/3}/C_D^2]\beta^4=9.9125(\beta/10)^4$$

大飯原発の場合 S 波速度 β=3.6(km/s)より、γ＝0.167 ときわめて妥当な値となる（宮腰ほか(2015))。逆にγがこの値だとすると、壇ほかの式は Somerville ほかの S - M_0 関係式から導かれることになる。

第２ステージでは 1/3 乗則とは異なり、γが定数であれば 1/2 乗則が導かれている。第３ステージではγが一定であれば短周期レベル A も一定値をとる。

（注１）レシピの(13)式は、断層面及びアスペリティ領域それぞれの面積が等価な円形で評価できる場合の式である。ただしレシピでは、横幅が飽和して長大な断層の場合で微視的パラメータの評価については、必ずしもレシピ(13)式の適用性を否定していないようである。また関西電力はアスペリティ半径をレシピ(13)式を用いて求めて、アスペリティ面積比の評価を行っており（平成 26 年 5 月 9 日資料 1-2、p.100 のフロー図)、それが審査でも認められている。

（注２）アスペリティ面積比γ=Sa/S は、データに基づいてほぼ一定値をとることが認められている。例えば、大飯訴訟における入倉意見書(乙 270)ではｐ.10 の図５の左側図でγ=0.215 を示している(右図)。ただしγの値自体には研究者によって違いがあるが、γは少なくともステージごとに一定値をとると仮定することができる。



（注３）入倉意見書と藤堂ほかのスケーリング則

大飯訴訟における入倉意見書や藤堂ほかの論文（日本地震工学会論文集 2022）では、アスペリティ面積比γとアスペリティ応力降下量Δσa が一定値をとるときに成り立つ次の関係式を提起してい

る。すなわち、第１ステージで $A \propto M_0^{1/3}$、第２ステージで $A \propto M_0^{1/4}$、第３ステージで $A \propto M_0^{1/2}$ 。これらの関係式は当見解で導いた関係式[12],[13],[14]とは、スケーリングが第２、第３ステージで異なっている。ただしこれらの式から導かれる γ と $\Delta \sigma a$ の挙動については議論が必要だと思われる。

３．アスペリティ面積比 γ=Sa/S とアスペリティ応力降下量 $\Delta \sigma a$ の挙動

（１）アスペリティ面積比 γ＝Sa/S

γ=0.22 を一定値として与えたとき、レシピ(13)式より $\gamma = [(7/4)(\pi \beta)^2 M_0/(AS)]$ を計算すると、どのステージでも M_0 に依らず γ＝0.22 となってつじつまが合う。

（２）アスペリティ応力降下量 $\Delta \sigma a$

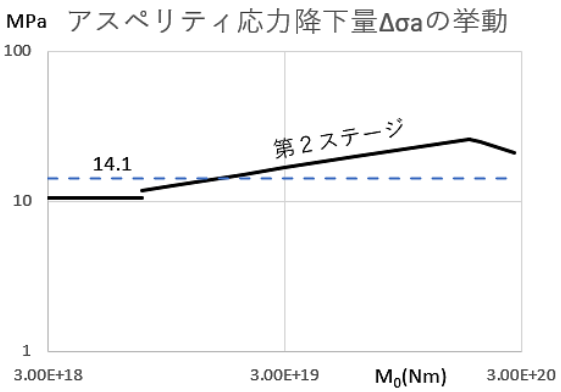
レシピの(21-2)式 $\Delta \sigma a = (7/16)M_0/(r^2R)$ より、各ステージの[2],[3],[4]式を用いると次式が得られる。

第１ステージ　$\Delta \sigma a = Bks$　[15]

第２ステージ　$\Delta \sigma a = Bk^{3/4} M_0^{1/4}$　[16]

第３ステージ　$\Delta \sigma a = Bk_M^{3/2}/M_0^{1/2}$　[17]

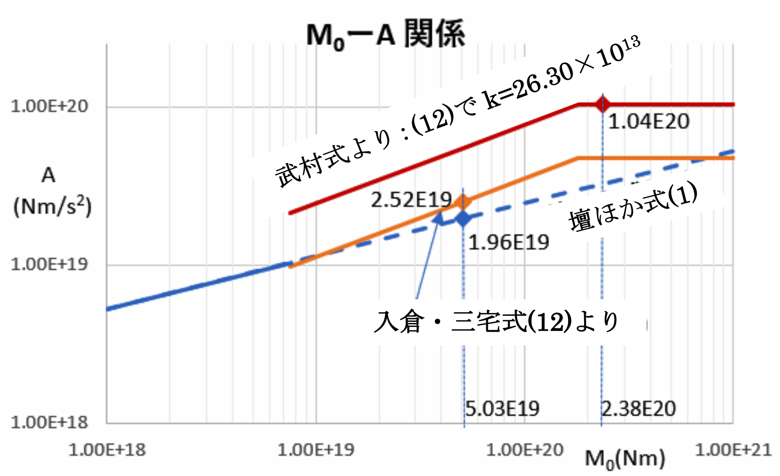
係数の $B = (7/16)\pi^{3/2}/\gamma$＝11.07 である($\gamma$＝0.22 のとき)。つまり、$\Delta \sigma a$ は第１ステージで一定であるが、第２ステージでは M_0 とともにゆっくり増大し、第３ステージでは低下するという挙動を示し、全体は、$\Delta \sigma$=3.1MPa に対応する $\Delta \sigma a$＝3.1/0.22＝14.1MPa に近い値になっている（右図）。



４．第２ステージでも壇ほかの式を誤適用していることによる地震動の過小評価

現行の地震動評価では、地震モーメント M_0 を入倉・三宅式[3]によって求め、短周期レベル A を第２ステージにおいても壇ほかの式[1]によって求めている。本来は上記のように、第２ステージにおいては、地震モーメント M_0 を入倉・三宅式[3]よって求め、それから[13][式によって短周期レベル A を求めるべきである。結局、壇ほか式の誤適用の結果、以下に示すように、短周期レベル A は過小評価となり、地震動も過小評価となっている。

上記の M_0－A 関係をグラフで表すと右図のようになる。点線が壇ほか式を第２ステージでも誤適用している現行の結果を示している。第２ステージにおける２つの実線のうち下側が入倉･三宅式より導いた式[13]、上側が武村式から同様にして導いた式を表している（武村式は[3]式[13]式で $k=26.30 \times 10^{13}$ とした場合に相当)。



５．第２ステージで壇ほか式の適用がもたらす矛盾とその解決

壇ほか式は上記のように、第１ステージに限って用いるべき式であるが、現状ではステージを意識せず第２ステージでも用いられている。その結果アスペリティ面積比が異常に大きな値をとり、１を超えることさえあることが、原子力規制庁自身によって示された（規制庁資料、平成 28 年 7 月 27 日　資料１＊）。＊https://warp.ndl.go.jp/info:ndljp/pid/11402581/www.nsr.go.jp/data/000158806.pdf

壇ほか式がこのような矛盾の法則的傾向をもたらすことは、次のようにして明らかになる。第２ステージでは[13]式が成り立つので、それよりγを求めると次式となる。

$$\gamma=(7/4)^2(\pi\beta)^4kM_0/A^2 \qquad [18]$$

もしAが第２ステージで[13]式のように M_0 の 1/2 乗則に従っていれば、γは一定値となる。ところが現状では壇ほかの式 $A=C_DM_0^{1/3}$ を第２ステージでも適用しているので、これを上式に代入すると

$$\gamma=定数\times M_0^{1/3} \qquad (\ 定数=(7/4)^2(\pi\beta)^4k／C_D^2\ ) \qquad [19]$$

となって、γは M_0 とともに際限なく大きくなる。

たとえば、大飯原発に関する上林川断層の場合、$k=5.562\times10^{13}$（入倉・三宅式）、$\beta=3.6$、$M_0=1.95\times10^{19}$ を代入するとγ＝0.265 となり大飯原発の上林川断層パラメータ表の値と一致する。関西電力はγが 0.3 以下であれば計算値をそのまま採用するとしているからである。ところが、大飯原発の FoA-FoB-熊川断層の場合、同様にして計算するとγ＝0.365 となって 0.3 を超える。そのため関西電力の断層パラメータ表ではγ＝0.22 という値を採用している。これはレシピの処方箋に沿った措置であるが、このようななし崩し的処方箋を適用せざるを得ないのは、壇ほかの式を第２ステージでも用いることがもたらす異常性のために他ならないのに、それを放置した結果である。

このように、1/3 乗則の壇ほかの式を第２ステージで用いながら、アスペリティ面積比γを一定とするのには矛盾・無理がある。このような矛盾を放置しているのは、過小評価を容認するためだろうか。ここで示したように、第２ステージで A-M_0 関係式として 1/2 乗則[13]式が成り立つとしそれを用いればγ一定と整合するので、その方策が矛盾の解決策となる。

なお、本来なら[12]～[14]式の正当性をデータに基づいて確認するべきであるが、A、M_0 データには相当に不確かさがあり、研究者によって随分ばらついて評価が異なっている。ステージによってスケーリング則が異なるという観点に立ってデータ的な検証を行うよう専門の研究者に望みたい。しかし現状でも確実に言えるのは、壇ほかの式を第２ステージでも適用するのは誤りであり、それはアスペリティ面積比の著しい矛盾をもたらし、同時に地震動の過小評価に導いているということである。

６．地震モーメント M_0 の「ばらつき」を考慮すれば

「経験式が有するばらつき」を標準偏差 $\sigma=0.382$ として考慮すると、M_0 は $10^{\sigma}=2.41$ 倍になる。このとき現行の評価方式では、短周期レベル A は $M_0^{1/3}$ スケーリング則により $2.41^{1/3}=1.34$ 倍になるので、加速度は 856 ガル×1.34=1150 ガルとなる。

しかしここでの新たな評価では、第二ステージの適用で A は[13]式の $M_0^{1/2}$ スケーリング則に従っていることから $2.41^{1/2}=1.55$ 倍になるので、加速度は 856×1.55=1330 ガルとなる。

さらに別の考察として[10]式を用いれば、S は固定されていて M_0 が 2.41 倍になるので、M_0 に比例する短周期レベル A も 2.41 倍になる。その結果、地震動加速度も 856×2.41=2063 ガルになる。

短周期レベル 1.5 倍の不確かさを考慮するときは、関電自身の評価方法として、地震モーメントは固定

したまま、不確かさとして地震動加速度は 1.5 倍にした。ばらつきによって M_0 の値が上乗せされる場合は、少なくとも[13]式が適用されるものと考えるべきである。

こうして結論として加速度は、現行の 856 ガルをベースにとった場合は、経験式が有するばらつきによって、少なくとも 1330 ガルに高まることになる。

2024 年 11 月 9 日

美浜・大飯・高浜原発に反対する会（美浜の会）

530-0047　大阪市北区西天満 4-3-3　星光ビル 3 階

https://www.jca.apc.org/mihama/　　mihama@jca.apc.org